

Achtundzwanzigste Fürther Mathematik-Olympiade Stadtwettbewerb Würzburg



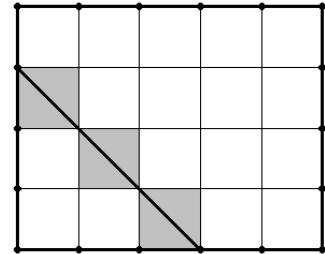
Hauptsponsor von
FüMO in Unterfranken

Klassenstufe 5 Die Aufgaben der 2. Runde

Aufgabe 1 K-Diagonalen

Ein 4×5 -Rechteck ist in $4 \cdot 5 = 20$ gleich große Quadrate unterteilt. Eine K-Diagonale verbindet zwei Randpunkte des Rechtecks und verläuft diagonal durch mindestens zwei Kästchen (vgl. Abb.).

- Zeige: Im 4×5 -Rechteck gibt es genau 12 K-Diagonalen.
- Bestimme die Anzahl der K-Diagonalen in einem 10×20 -Rechteck.
- Bestimme die Anzahl der K-Diagonalen in einem 2019×2020 -Rechteck.



Aufgabe 2 Die Zebrazahl 2020

Eine natürliche Zahl mit mindestens drei Stellen heißt **Zebrazahl**, wenn sie nur zwei verschiedene Ziffern enthält und in der Zifferndarstellung nie gleiche Ziffern nebeneinander stehen. So sind zum Beispiel 373, 7070 und 4646464 Zebrazahlen.

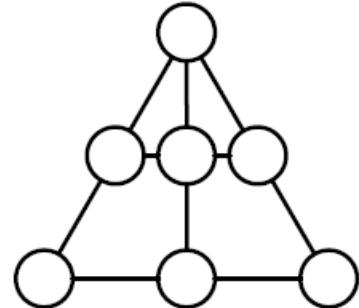
Anja addiert eine Zebrazahl z zur Zebrazahl 2020 und erhält wieder eine Zebrazahl.

Wie viele verschiedene Zahlen z gibt es, für die dies möglich ist.

Aufgabe 3 Sieben auf fünf Geraden

Tim möchte in die Kreise der Abbildung die Zahlen 1 bis 7 (jede Zahl kommt genau einmal vor) so eintragen, dass für jede der fünf Geraden die Summe der drei (darauf liegenden) Zahlen jeweils denselben Wert S ergibt.

- Untersuche, wie groß S sein kann.
- Begründe, warum in dem Kreis an der Spitze nur eine bestimmte Zahl möglich ist.
- Gib eine passende Belegung der Kreise an.



Letzter Abgabetermin für die 2. Runde ist Dienstag, der 28.4.2020

Für jede Aufgabe muss ein gesondertes Blatt DIN A4 verwendet werden, das jeweils mit Namen, Klasse und Schule zu beschriften ist. Bitte heftet die Lösungsblätter mit einer Büroklammer zusammen. Zu einer vollständigen Lösung gehören die Angabe aller wesentlichen Zwischenschritte und vor allem ausführliche Begründungen.

Den Lösungen ist folgender Abschnitt unterschrieben beizulegen:



Ich nehme / Wir nehmen an der 2. Runde der 28. Fürther Mathematik-Olympiade (2019/2020) Stadtwettbewerb Würzburg für die 5. Klasse teil:

Vorname(n), Name(n): _____ Klasse: _____

Schule/Ort: _____

Ich bestätige/ Wir bestätigen hiermit, alle Aufgaben selbstständig gelöst zu haben.

Unterschrift(en): _____

Achtundzwanzigste Fürther Mathematik-Olympiade Stadtwettbewerb Würzburg



Hauptsponsor von
FüMO in Unterfranken

Klassenstufe 6 Die Aufgaben der 2. Runde

Aufgabe 1 Nicht folksam

Eine natürliche Zahl heißt folksam, wenn sie als Produkt zweier aufeinanderfolgender Zahlen darstellbar ist; z.B. ist 20 eine folgsame Zahl, da $20 = 4 \cdot 5$.

Wenn man die Zahlen von 1 bis 2020 hintereinander in eine Liste schreibt und aus dieser Liste die folgsamen Zahlen herausstreicht, entsteht eine neue (kürzere) Liste.

So wird z.B. aus 1;2;3;4;5;6;7;8;9;10 die Liste 1;3;4;5;7;8;9;10

a) Ermittle die Position der Zahlen 28 und 2000 in der neuen Liste.

b) Welche Zahl steht an der 1000. Position der neuen Liste?

Aufgabe 2 Dreiecksinhalte

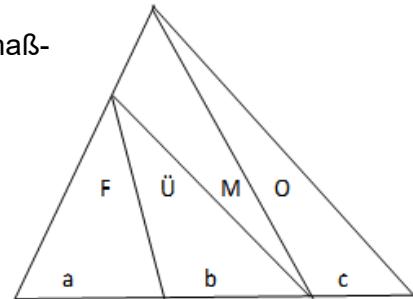
Die vier Dreiecke F, Ü, M und O der nebenstehenden, nicht maßstäblichen Figur haben alle den gleichen Flächeninhalt A.

Die Grundseite von F hat die Länge $a = 3 \text{ cm}$.

a) Ermittle mit Begründung die Länge der Strecke b.

b) Bestimme die Länge der Strecke c.

c) Zeichne ein solches Dreieck, bei dem die vier Dreiecke F, Ü, M und O gleiche Flächeninhalte haben.



Aufgabe 3 Trocknende Pilze

1,2 kg frisch gepflückte Pilze enthalten 95% Wasser. Durch Trocknen an der Luft verringert sich der Wassergehalt in einer Woche auf 80%.

a) Bestimme die Masse der Pilze nach der ersten Woche.

b) Ermittle den Wassergehalt der Pilze, wenn die Masse der Pilze zwischenzeitlich auf 1,0 kg abgenommen hat.

Letzter Abgabetermin für die 2. Runde ist Dienstag, der 28.4.2020

Für jede Aufgabe muss ein gesondertes Blatt DIN A4 verwendet werden, das jeweils mit Namen, Klasse und Schule zu beschriften ist. Bitte heftet die Lösungsblätter mit einer Büroklammer zusammen. Zu einer vollständigen Lösung gehören die Angabe aller wesentlichen Zwischenschritte und vor allem ausführliche Begründungen.

Den Lösungen ist folgender Abschnitt unterschrieben beizulegen:

S

Ich nehme / Wir nehmen an der 2. Runde der 28. Fürther Mathematik-Olympiade (2019/2020) Stadtwettbewerb Würzburg für die 6. Klasse teil:

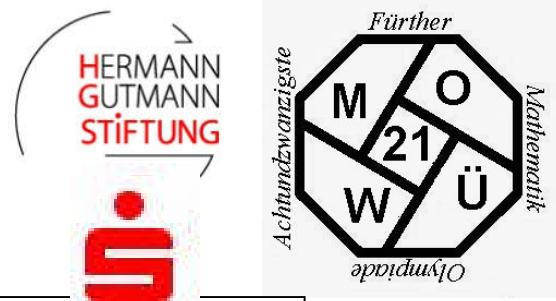
Vorname(n), Name(n): _____ Klasse: _____

Schule/Ort: _____

Ich bestätige/ Wir bestätigen hiermit, alle Aufgaben selbstständig gelöst zu haben.

Unterschrift(en): _____

Achtundzwanzigste Fürther Mathematik-Olympiade Stadtwettbewerb Würzburg



Hauptsponsor von
FüMO in Unterfranken

Klassenstufe 7 Die Aufgaben der 2. Runde

Aufgabe 1 Die sieben Zwerge

Am linken Ufer eines Flusses stehen sieben Zwerge, die 1, 2, 3, 4, 5, 6 und 7 kg wiegen. Flussabwärts wartet Schneewittchen auf der anderen Seite auf ihre Kameraden.

Die Zwerge können nicht schwimmen. Um über den Fluss zu kommen, steht ihnen ein Boot zur Verfügung, das höchstens 7 kg tragen kann. Jeder der Zwerge kann beliebig oft flussabwärts als Ruderer eingeteilt werden. Aufgrund der starken Strömung ist es aber anstrengend, flussaufwärts zu rudern. Jeder Zwerg hat nur die Kraft für eine Fahrt flussaufwärts.

Entwickle einen Plan, wie alle Zwerge zu Schneewittchen gelangen können.

Aufgabe 2 Playoff 2

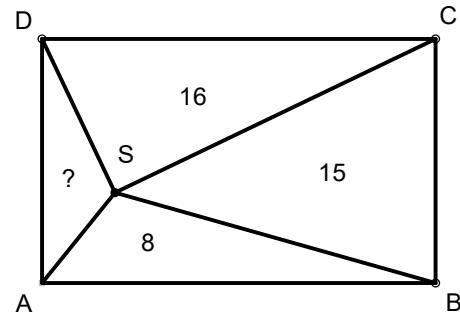
In einem Fußballturnier spielen fünf Mannschaften um den Aufstieg. Jede der Mannschaften spielt gegen jede zweimal, einmal auswärts und einmal zu Hause. Für einen Sieg gibt es zwei Punkte, für ein Unentschieden einen Punkt und für eine Niederlage keinen Punkt. Am Ende steigen die beiden Mannschaften mit den meisten Punkten auf. Bei Punktgleichheit entscheidet die höhere Tordifferenz über die Platzierung. Eine der beteiligten Mannschaften hat alle ihre Heimspiele gewonnen und jedes Auswärtsspiel unentschieden gespielt.

Untersuche, ob diese Mannschaft sicher aufsteigt.

Aufgabe 3 Rechteckzerlegung

Innerhalb eines Rechtecks ABCD liegt ein Punkt S so, dass die Flächeninhalte der Dreiecke ABS, BCS und CDS jeweils 8, 15 und 16 FE betragen.

- Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks DAS.
- Ermittle die Lage des Punktes S, wenn $\overline{AB} = 8$ LE ist.



Letzter Abgabetermin für die 2. Runde ist Dienstag, der 28.4.2020

Für jede Aufgabe muss ein gesondertes Blatt DIN A4 verwendet werden, das jeweils mit Namen, Klasse und Schule zu beschriften ist. Bitte heftet die Lösungsblätter mit einer Büroklammer zusammen. Zu einer vollständigen Lösung gehören die Angabe aller wesentlichen Zwischenschritte und vor allem ausführliche Begründungen.

Den Lösungen ist folgender Abschnitt unterschrieben beizulegen:

Ich nehme / Wir nehmen an der 2. Runde der 28. Fürther Mathematik-Olympiade (2019/2020) Stadtwettbewerb Würzburg für die 7. Klasse teil:

Vorname(n), Name(n): _____ Klasse: _____

Schule/Ort: _____

Ich bestätige/ Wir bestätigen hiermit, alle Aufgaben selbstständig gelöst zu haben.

Unterschrift(en): _____

Achtundzwanzigste Fürther Mathematik-Olympiade Stadtwettbewerb Würzburg



Klassenstufe 8 Die Aufgaben der 2. Runde

Hauptsponsor von
FüMO in Unterfranken

Aufgabe 1 Onlinebefragung

Kunden eines Online-Shops können ihre Zufriedenheit mit einem gekauften Artikel äußern, indem sie ihn mittels einer Fünf-Sterne-Skala bewerten (1 Stern bedeutet schlecht, 5 Sterne heißt ausgezeichnet). Die durchschnittliche Bewertung eines neuen Smartphones betrug letzte Woche 3,46 Sterne. Als zwei weitere Personen ihre Bewertungen zu Beginn dieser Woche abgaben, stieg sie auf den aktuellen Durchschnitt von 3,5 Sternen.

Wie viele Personen haben bis dahin das Smartphone bewertet?

Aufgabe 2 Doppelt lang

Das Dreieck ABC ist gleichschenklig mit Spitze C. Die Winkelhalbierende w_α ($\alpha = \angle BAC$) schneidet die Seite [BC] in D. Das Lot in D zu w_α schneidet die Gerade AB in E.

Beweise, dass in allen gleichschenkligen Dreiecken, egal ob sie spitzwinklig, rechtwinklig oder stumpfwinklig sind, gilt: $\overline{AE} = 2 \cdot \overline{BD}$.

Aufgabe 3 Eckenprodukte

Auf jede Seitenfläche eines Würfels wird eine natürliche Zahl geschrieben. Jeder Ecke wird das Produkt der Zahlen auf den drei Flächen zugewiesen, die an dieser Ecke zusammentreffen. Wir nennen es das Eckenprodukt. Die Summe der Eckenprodukte ist 165.

Welche Werte kann die Summe der Zahlen auf den Seitenflächen annehmen?

Letzter Abgabetermin für die 2. Runde ist Dienstag, der 28.4.2020

Für jede Aufgabe muss ein gesondertes Blatt DIN A4 verwendet werden, das jeweils mit Namen, Klasse und Schule zu beschriften ist. Bitte heftet die Lösungsblätter mit einer Büroklammer zusammen. Zu einer vollständigen Lösung gehören die Angabe aller wesentlichen Zwischenschritte und vor allem ausführliche Begründungen.

Den Lösungen ist folgender Abschnitt unterschrieben beizulegen:



Ich nehme / Wir nehmen an der 2. Runde der 28. Fürther Mathematik-Olympiade (2019/2020) Stadtwettbewerb Würzburg für die 8. Klasse teil:

Vorname(n), Name(n): _____ Klasse: _____

Schule/Ort: _____

Ich bestätige/ Wir bestätigen hiermit, alle Aufgaben selbstständig gelöst zu haben.

Unterschrift(en): _____